力学A　演習問題　　201110862 鈴木仙里

I.1 点なので大きさも形もなく、質量のみが唯一の個性。あらゆる物質は情報の縮を通して質点となることが可能。

I.2 無数にある物理的要素を、質量のみに絞ることができるので運動を普遍的に記述することが可能。

I.3 普遍性…同じ実験であっても場所や日時が異なれば、気候や風向きなどで違った結果が出る。したがって普遍性に注意しなければ、物体の落下一つとっても無数の法則がうまれてしまう。

多様性…しかし、実際に物理法則を応用する段になると多様な物理現象にも目を向けなくてはならない。例えば風の影響を除外して計算しては、ロケットも飛ばせない。

自分が何をしたいかによって、どの程度普遍性を持たせるかを考えなくてはならない。

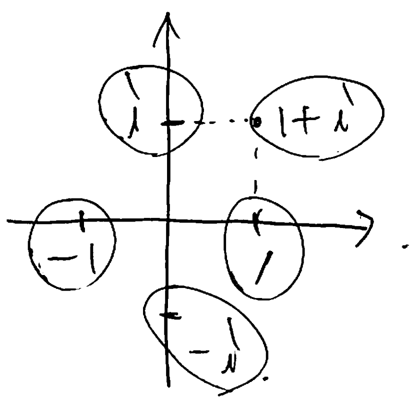
I.4. 量子力学は、ミクロな階層について論じるためにうまれた学問である。電車は量子などに関係なく、連続的に運動すると考えて支しつかえない。したがって量子力学を持ち出す必要はない。対象の階層によってものさしの種類を見極めるべきである。

2ページ目はとじかたを間違えました。
裏表になってます

II, 1

$$\begin{cases} 1 = 1\cdot\cos 0 + i\sin 0. \\ i = 1\cdot\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} \\ 1+i = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right). \\ -1 = \cos\pi + i\sin\pi. \\ -i = \cos\frac{3}{2}\pi + i\sin\frac{3}{2}\pi. \end{cases}$$

II, 2



II, 3. $e^0 = 1.$

$$e^{i\pi} = \cos\pi + i\sin\pi = -1.$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i.$$

$$e^{-i\frac{\pi}{2}} = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \cos\frac{\pi}{2} - i\sin\frac{\pi}{2} = -i.$$

$$e^{1-i\frac{2}{3}\pi} = \frac{e}{e^{i\frac{2\pi}{3}}} = \frac{e}{\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}} = \frac{e}{-i}$$

$$= ie.$$

II.4 $(1+i)^{1000} = (\sqrt{2})^{1000}(\cos 250\pi + i\sin 250\pi)$

$= 2^{500}$.

$(1+i\sqrt{3})^{1000} = 2^{1000}\left(\cos\frac{1000\pi}{3} + i\sin\frac{1000\pi}{3}\right)$.

$= 2^{1000}\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

$= -2^{999}(1 + i\sqrt{3})$.

II.5. $\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2}$

$\cos\theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$.

$\tan\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}$

II.6 $e^{i\theta} \times e^{i\varphi} = (\cos\theta + i\sin\theta)(\cos\varphi + i\sin\varphi)$.

$= \cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi + i(\sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi)$

$e^{i(\theta+\varphi)} = \cos(\theta+\varphi) + i\sin(\theta+\varphi)$.

$a + bi = a' + b'i \Longrightarrow a = a'$ かつ $b = b'$

より，$\cos(\theta+\varphi) = \cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi$.

$\sin(\theta+\varphi) = \sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi$.

$\sin\theta\cos\varphi + \cos\theta\sin\varphi$, $\cos\theta\cos\varphi - \sin\theta\sin\varphi$ に

II.5の結果を代入しても導ける.

II.7. $z = x + iy$ とおく。

$$e^{x+iy+2\pi i} = e^x \cdot e^{i(y+2\pi)}$$

$$= e^x(\cos(y+2\pi) + i\sin(y+2\pi))$$

$$= e^x(\cos y + i\sin y)$$

$$= e^{x+iy}$$

よって e^z は周期 $2\pi i$.

II.8. $z = 0 + 2n\pi i \quad (n \in N)$.

III.1. $x_1 = x_1(t)$, $x_2 = x_2(t)$ が $\ddot{x} = 0$ の解であるとすれば、~~$c_1x_1 + c_2x_2$ もまた $\ddot{x}$~~ $x(t) = c_1x_1 + c_2x_2$ もまた $\ddot{x} = 0$ になるということ。

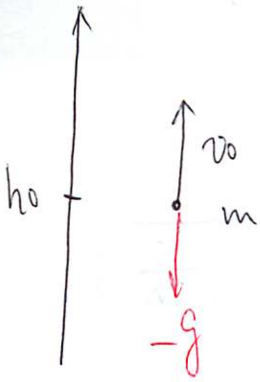
実際、$x_1(t) = c_1 t$, $x_2(t) = c_2$ とおくと、

$x(t) = c_1' t + c_2'$ もまた $\ddot{x} = 0$ を満たす解となる。

III.2. III.1 でのべたように、$x_1 = c_1 t$. $x_2 = c_2$ とおくと、

$x = c_1x_1 + c_2x_2 = c_1' t + c_2'$ もまた $\ddot{x} = 0$ の解となっているので、重ね合わせの原理は成立している。

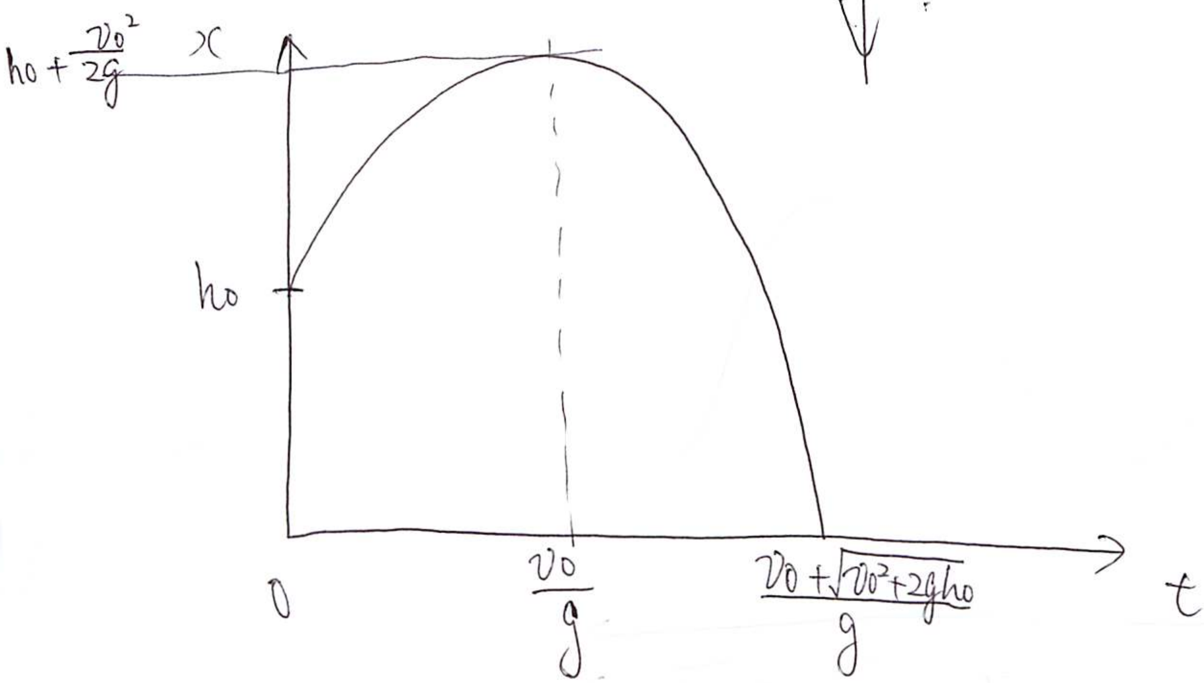
III 3.



$$\ddot{x} = -g.$$

$$\dot{x} = -gt + v_0.$$

$$x = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + h_0.$$



III.4 ~~$m\ddot{x} = -k(x-h) - mg$. ただし x は質点の位置.~~

$$0 = k(l-h) - mg$$ ただし l はバネが自然長のときのおもりの位置.

III5. 高さが $\ell - \frac{mg}{k}$ の位置を原点とする.

$\cancel{m\ddot{x} = -kh}$

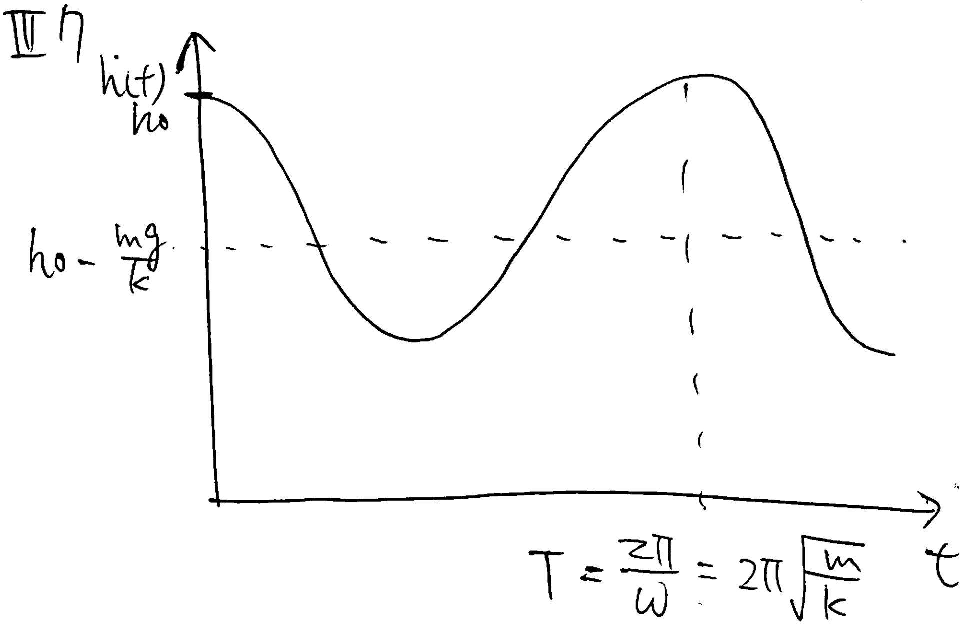
$$m\ddot{h}(t) = -k\,h(t)$$

$$h(t) = \frac{\dot{h}(0)}{\omega}\sin\omega t + h(0)\cos\omega t \qquad \left(\omega \equiv \sqrt{\frac{k}{m}}\right).$$

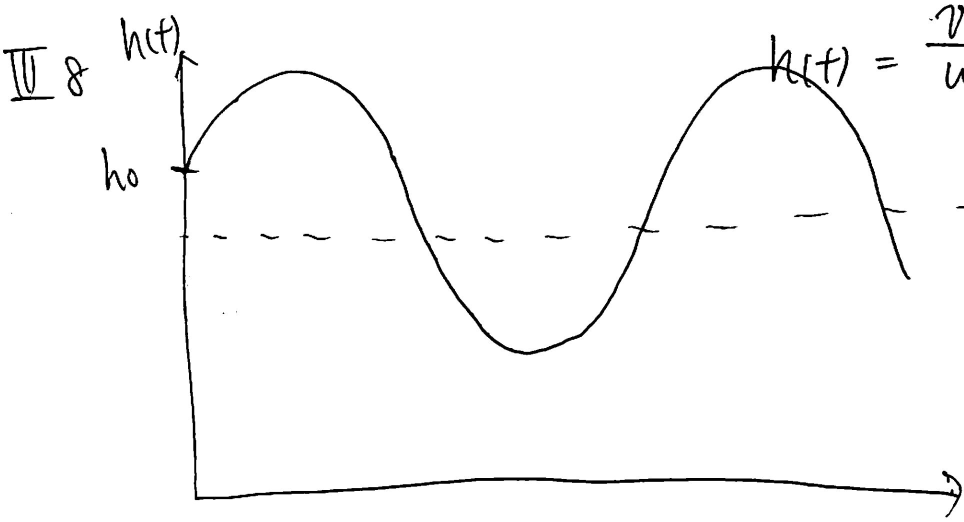
III6. III5で得た式に $h(0) = \frac{mg}{k}$, $\dot{h}(0) = 0$ を代入して

$$h(t) = \frac{mg}{k}\cos\omega t$$

III7



III8



$$h(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t + h_0\cos\omega t.$$