No. 201010888
Date 2011.4.19(火)のレポート

力学A　　　　　　　　　　　　　　　　　　　No.1

質点の力学

○質点の運動を物理的に記述する。

質点：点（大きさもない）（形もない）
　　質量：m だけ

唯一の個性は"m"
理想化された"モノ" object
現実には存在しない

すべからくすべての物
（多種多様なもの
多くの個性）

ある情況
（あるスケールで！）
時間・空間

質点と理想化して議論できる！

唯一の個性
質量：m

○共通の運動に関する性質を見出す　　　普遍的な性質
（Universal）

普遍性を見出す：質点の力学の意義

☆質点の運動の記述

○ビデオに撮る　　　1次元の運動

＊3次元の運動とは（x, y, z）

棒の上のみ移動できる人の世界

○1次元系（カーボンナノチューブ）

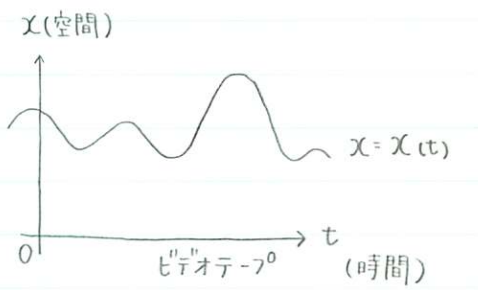
1, 2, 3, …, d 次元　ちゃんと存在する

x：質点の位置座標を指定
- 時刻 t で x に質点である

$t \longmapsto x = x(t)$

写像　　　　関数

時刻 t ごとの場所 $x = x(t)$ を定める時刻の関数が定まれば運動が定まる。



曲線：質点の世界線 world line

関数 $x = x(t)$ を定める

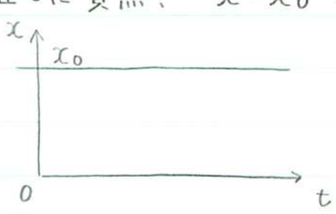
⇕

関数のグラフが定まる

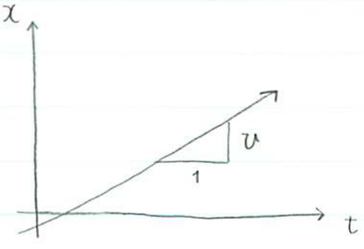
2次元の中の曲線 = 1(空間) + 1(時間)

例

① 静止した質点、 $x = x_0$ に静止



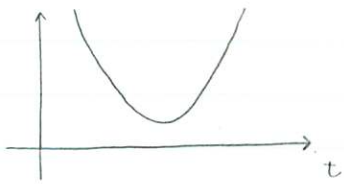
② 等速度運動（速度 v）



傾き：v の直線

③ 等加速度運動

$x = x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$



放物線

④ 単振動

$x = x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0) + C$

☆ 運動の法則

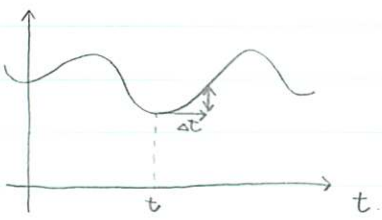
Newton方程式 に従う
運動方程式

$F = \underline{m}a$　　　　m：質量
↑
質点の唯一の個性

Fをいろいろとれば、すべての質点の運動がこの法則を満たす。
実験事実を積み重ねて導びかれたもの
（証明はできない）

☆ $F = ma$ （Universality）

a：加速度　　v：速度



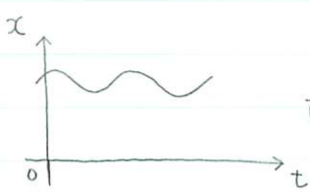
$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$$

関数 $x = x(t)$ の t での微分

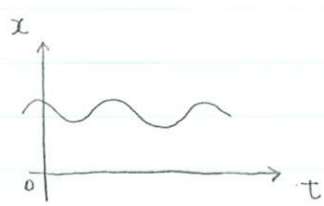
$$v = \left.\frac{\Delta x}{\Delta t}\right|_{\Delta t \to 0}$$ ：グラフの傾き

$$= \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t)$$

- $x = x(t)$，$\frac{d}{dt}x(t) = x'(t) = \dot{x}(t)$ と書くことが多い。



$v(t) = \dot{x}(t)$



$x = x(t)$

$v = v(t) = \dot{x}(t)$

$a = a(t) = \ddot{x}(t)$　Newton eq

$F(t) = ma(t) = m\ddot{x}(t)$

例 ① 自由な質点

＝ 力が働かないこと　$F = 0$

$$0 = m\ddot{x}$$

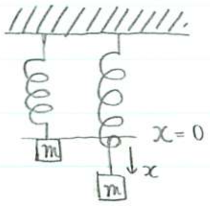
② 一様の重力下の運動

$F = m\ddot{x} = ma$.

F：下向き　$\propto m$（ガリレオ・ガリレイ）

$F = mg$　　$a = -g$
　　　　　g：一定（質量によらない）.

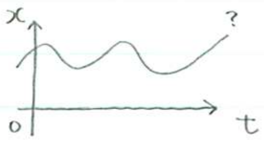
③ バネの振動



$-kx = ma = m\ddot{x}$

k：バネ定数.

予言できるとは？？



世界線？

Newton eq　　$x = x(t)$　：不明

↳ $F = m\ddot{x}$ ⟶ $x = x(t)$ を導入したい!!

$x = x(t)$ に対する方程式（微分を含む）

$F = m\ddot{x}$　：未知関数
　　　　$x = x(t)$ に対する微分を含む方程式

$\boxed{\text{Newton eq}}$

2階の常微分方程式

例 ① $0 = m\ddot{x}$

② $-g = \ddot{x}$

$-kx = m\ddot{x}$ ← 微分方程式

常微分方程式 : $t \longmapsto x = x(t)$

t : 独立変数

n回の微分を含むもの : n階の微分方程式