反町紘也

§ 力学（質点の力学）

質点：質量 m があって大きさのないもの（点）〔現実には存在しない〕

自然界にある多種多様なもの

→ 石，原子，地球 etc… } ⇒ 質点と考えることができる

m：質量 → 唯一の個性

⇓

統一的な理解，普遍性

‖

質点の力学

$$\left[\begin{array}{c}\text{Newton 力学}\\[1em] F = ma\end{array}\right] \quad \begin{cases} F: \text{力} \\ m: \text{質量} \\ a: \text{加速度} \end{cases}$$

すべからくすべての物 ―― ある情況（あるスケールで）時間：空間： ⟶ 質点を理想化して議論できる

（多種多様 多くの個性） $\xrightarrow[\text{情報の縮約}]{}$ 唯一の個性 質量 m

⟹ 共通の運動に関する性質を見出す → 普遍的な性質

universal!

質点の力学 ⟹ 普遍性を見出す

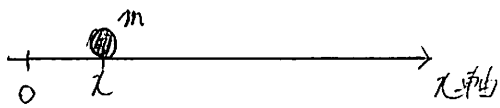
☆運動の記述（質点）　ビデオをとる

・1次元の運動

棒上のみ運動できる世界

⇓

1次元系（カーボンナノチューブ）

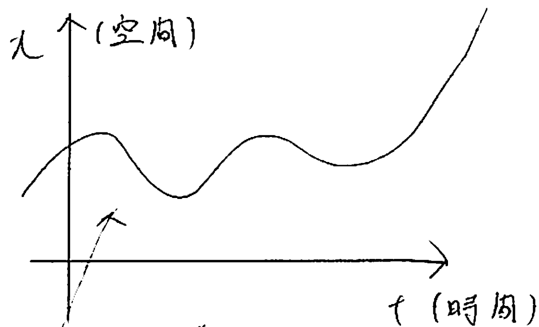


x：質点の位置座標を指定，時刻 t に x に質点がある

$t \longmapsto x = x(t)$：関数

写像

時刻 t ごとの場所 $x=x(t)$ を定める時刻の関数が定まれば，運動が定まる



関数 $x=x(t)$ を定める

⇕

関数のグラフが定まる

⇓

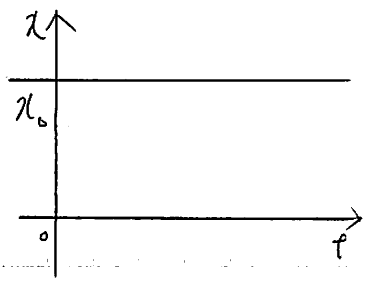
ビデオテープ

曲線：質点の世界線：world line ⇒ 1+1、2次元の曲線

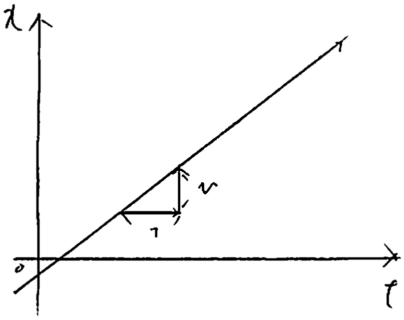
空間　時間

(ex)

① 静止した質点、$x=x_0$ に静止

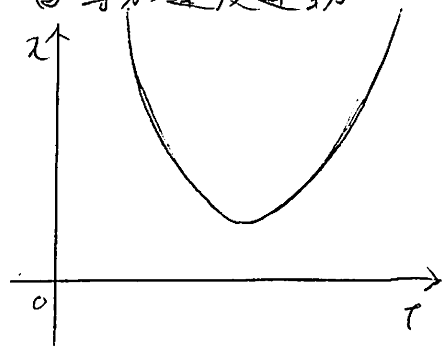


② 等速度運動（速度 v）



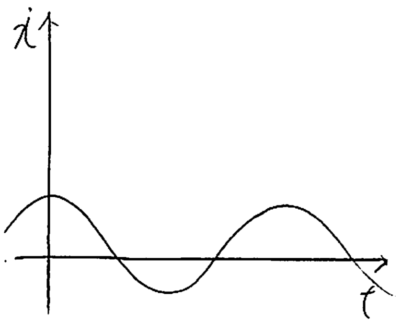
傾き v の直線

③ 等加速度運動



$x = x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ … 放物線

④ 単振動



$x = x(t) = A\cos(\omega t + \theta_0) + C$

☆ 運動の法則

Newton 方程式に従う　※運動方程式

。質点の運動は次の Newton 方程式に従う

$$F = ma$$

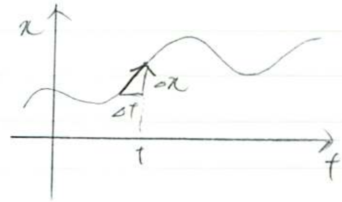
m : 質量，質点の個性，質点を特徴づける
a : 加速度；運動の様子
F : 力（情況の設定）

・Fを色々とおけばすべての質点の運動がこの法則で満たす

・実験事実と積み重ねて導かれたもの ⇒ 証明できない

$\boxed{F = ma}$ universality　a：加速度，v 速度

$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}x(t) \longrightarrow$

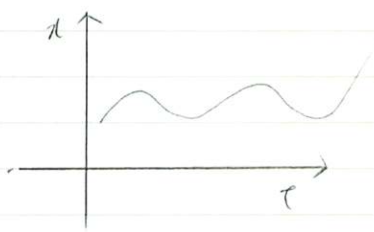


グラフの傾き

⇓

関数 $x = x(t)$ の t での微分

$x = x(t)$，$\frac{d}{dt}x(t) = x'(t) = \dot{x}(t)$ と書くことが多い

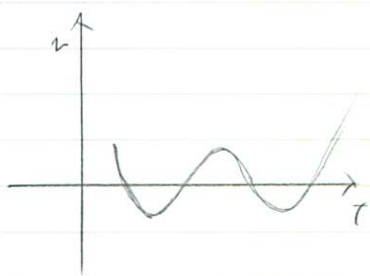


$\boxed{v(t) = \dot{x}(t)}$

$a = a(t) = \frac{d}{dt}v(t)$，時刻tでの加速度

⇐ 向きた定義

$= v' = (\dot{x})' = \ddot{x}$



$v = v(t)$

$x = x(t)$

$v = v(t) = \dot{x}(t)$
$a = a(t) = \ddot{x}(t)$

$F = ma(t) = m\ddot{x}(t)$

Newton eq

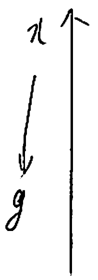
(ex)

① 自由な質点

↓

力が働かないこと $F=0$ ⇒ $0=m\ddot{x}(t)$

② 一様重力下の運度 (falling apple)

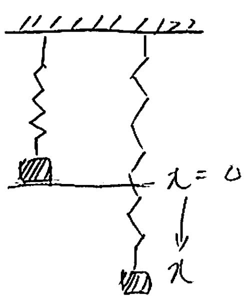


$F=m\ddot{x}$

F：下向き $\propto m$ (がりレオ・がりレイ)

$F=-mg$, g=一定 $a=-g$ … 一定(質量によらない)

③ バネの振動



$F=-kx=ma=m\ddot{x}$

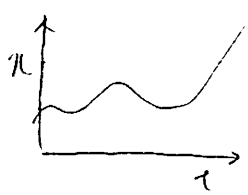
k：バネ定数

予言？

$F=ma=m\ddot{x}$

↑

既知



？世界線？

Newton eq　$x = x(t)$ 不明

Newton eq $\longrightarrow$ $F = m\ddot{x}$ $\longrightarrow$ $x = x(t)$ を導出したい

$x = x(t)$ に関する方程式（微分を含む）

$F = m\ddot{x}$ 未知関数 $x = x(t)$ に対する微分を含む方程式

$\Rightarrow$ 微分方程式という

(ex)

① $0 = m\ddot{x}$　② $-g = \ddot{x}$　③ $-kx = m\ddot{x}$

t: 独立変数　$t \longrightarrow x = x(t)$

独立変数 1つ $\longrightarrow$ 常微分方程式

n 回の微分を含む $\longrightarrow$ n 階の微分方程式

Newton eq $\Rightarrow$ 2階の微分方程式